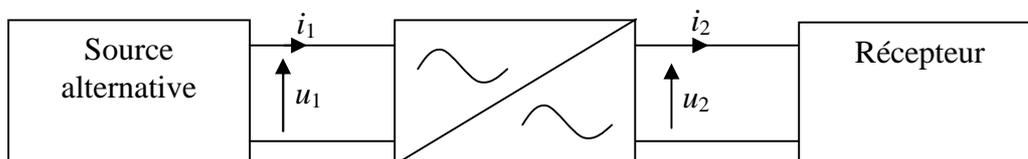


TRANSFORMATEUR MONOPHASE

I. FONCTION DU TRANSFORMATEUR

Le transformateur est un convertisseur statique d'énergie électrique réversible. Il transfère, en alternatif, une puissance électrique d'une source à une charge, en adaptant les valeurs de la tension (ou du courant) au récepteur.



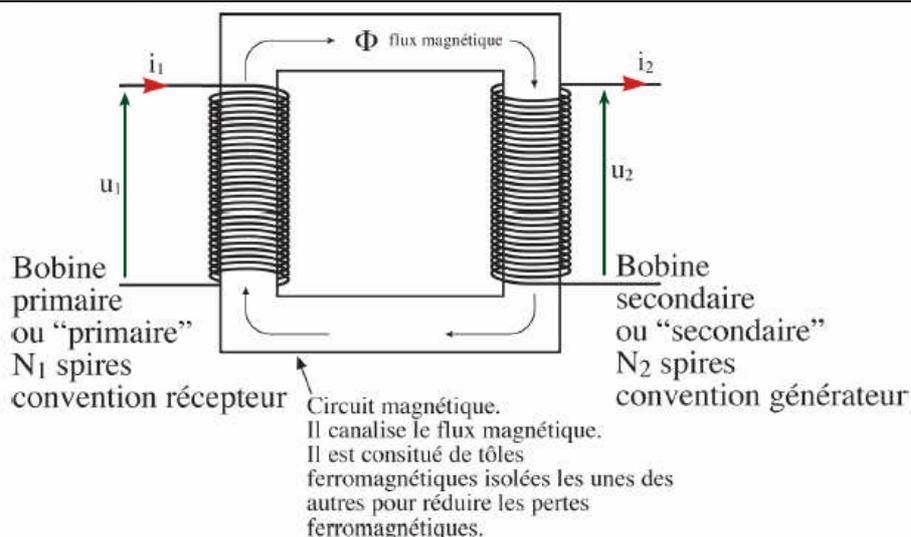
Le rôle d'un transformateur est en général, de modifier la valeur efficace d'une tension sans en changer ni la forme (sinusoïdale), ni la fréquence.

U_1 et U_2 sont respectivement les valeurs efficaces des tensions u_1 et u_2 .

Si $U_2 > U_1$: élévateur si $U_2 < U_1$: abaisseur.

II. PRESENTATION DU TRANSFORMATEUR

1. Description et symbole

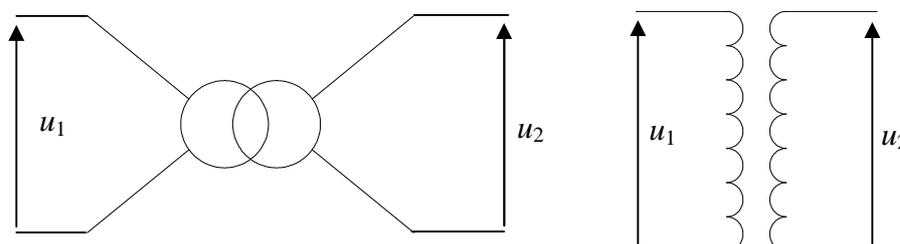


Un transformateur est constitué d'un circuit magnétique sur lequel sont disposés deux bobinages en cuivre : le primaire et le secondaire.

Nous noterons N_1 le nombre de spires du primaire et N_2 celui du secondaire.

De manière générale, les grandeurs du primaire seront indicées 1 et les grandeurs du secondaire indicées 2.

On utilise 2 symboles normalisés pour le transformateur.



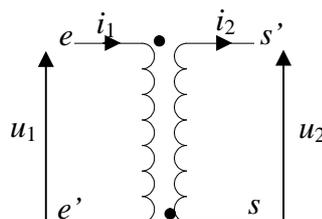
2. Conventions

PRIMAIRE : le bobinage du primaire est celui qui est alimenté : il joue le rôle d'un récepteur et, pour cette raison, nous adoptons au primaire une convention récepteur.

SECONDAIRE : le bobinage du secondaire est celui qui va alimenter une charge : il a un rôle de générateur et, pour cela, nous adoptons au secondaire une convention générateur.

BORNES HOMOLOGUES : le primaire et le secondaire sont orientés de façon que des courants d'intensité i_1 et i_2 de même signe, engendrent des champs magnétiques dont les lignes de champ magnétique ont le même sens.

Les bornes d'entrée de ces courants de même signe sont appelées bornes homologues.



e et s sont des bornes homologues ainsi que e' et s' .

3. Principe de fonctionnement

Rappel : **LOI DE FARADAY**

Une variation de flux magnétique à travers une spire crée une f.é.m. e . Inversement une f.é.m. e dans une spire crée une variation de flux à travers celle-ci.

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Le bobinage du primaire est alimenté sous une tension sinusoïdale. Il est alors parcouru par un courant alternatif qui crée un flux variable dans le circuit magnétique. Le bobinage du secondaire, traversé par ce flux variable, est le siège d'une f.é.m. induite. La tension au secondaire est sinusoïdale, de même fréquence que la tension au primaire de valeur efficace U_2 différente de la valeur efficace U_1 de la tension au primaire.

III. MODELE EQUIVALENT DU TRANSFORMATEUR PARFAIT.

1. hypothèse

Un transformateur est parfait lorsqu'il ne provoque aucune perte d'énergie. Cette définition implique la réalisation simultanée des 3 conditions suivantes :

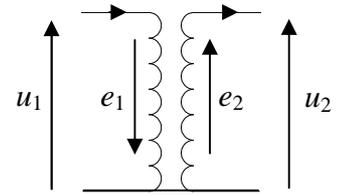
- Il n'y a pas de pertes par effet Joule, donc la résistance R_1 et R_2 des deux enroulements sont nulles.
- Il n'y a pas de pertes dans le circuit magnétique, donc ni hystérésis, ni courant de Foucault.
- Il n'y a pas de fuites magnétiques, donc les lignes de champ sont caractérisées par le circuit magnétique fermé. Cette hypothèse entraîne aussi que le circuit magnétique, ne se sature pas et que la perméabilité relative μ_r est infinie.

2. Relations du transformateur parfait.

2.1. Relations entre les tensions.

L'enroulement du primaire, formé de N_1 spires est le siège d'une f.é.m. :

$$e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad \text{et} \quad e_1 = -u_1 \quad u_1 \text{ est sinusoïdal.}$$



Le flux ϕ traverse toute spire du secondaire puisque nous avons supposé qu'il n'y avait pas de fuites magnétiques.

$$e_2 = N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} = u_2$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{e_1}{N_1} = -\frac{e_2}{N_2} \Rightarrow \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{e_2}{e_1} = -\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{le signe - indique une opposition de phase}$$

$$\text{En valeur efficace : } \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

Le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est noté m et nous l'appelons rapport de transformation du transformateur.

$$u_2 = -m \cdot u_1 \quad \text{d'où} \quad U_2 = m \cdot U_1$$

2.2. Relations entre les intensités des courants primaire et secondaire.

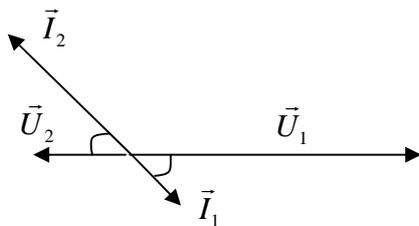
Les flux étant additifs et le circuit magnétique idéal, le théorème d'Ampère s'écrit :

$$N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 \approx 0 \Rightarrow N_1 \cdot i_1 = -N_2 \cdot i_2$$

$$\text{On en déduit : } \frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m} \Rightarrow i_1 = -m \cdot i_2 \Rightarrow I_1 = m \cdot I_2$$

Remarque: selon la loi de Lenz, les Ampères-tours du secondaire s'opposent au primaire.

2.3. Diagramme de Fresnel



$$u_2 = -m \cdot u_1 \Rightarrow \vec{U}_2 = -m \vec{U}_1$$

$$i_1 = -m i_2 \Rightarrow \vec{I}_1 = -m \vec{I}_2$$

on constate que $\phi_1 = \phi_2$

2.4. formule de Boucherot

u_1 est une fonction sinusoïdale du temps et $e_1 = -u_1$. Or $e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\varphi}{dt}$ ce qui implique que le flux φ soit aussi une fonction sinusoïdale de même fréquence.

$$\text{Posons : } \varphi = \hat{\varphi} \sin(\omega t) \Rightarrow e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -N_1 \cdot \hat{\varphi} \omega \cos(\omega t) = -N_1 \cdot \hat{\varphi} \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

or le flux s'exprime par la relation: $\hat{\varphi} = \vec{B} \cdot \vec{S} = \hat{B} \cdot S \cdot \cos(\vec{B}, \vec{S}) = \hat{B} \cdot S$

L'amplitude \hat{E}_1 de e_1 s'écrit: $\hat{E}_1 = N_1 \cdot \omega \hat{\varphi} = N_1 \cdot 2\pi f \cdot \hat{B} \cdot S$ et sa valeur efficace

$$E_1 = \frac{\hat{E}_1}{\sqrt{2}} = N_1 \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot \hat{B} \cdot S = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot S$$

Remarque:

De $e_1 = -u_1$ on en déduit $E_1 = U_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot S$ et comme $U_2 = m \cdot U_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = E_2$

$$U_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot S$$

2.5. Relations entre les puissances

$$\text{Les relations établies précédemment: } \begin{cases} u_2 = -m \cdot u_1 \\ U_2 = m \cdot U_1 \\ i_1 = -m \cdot i_2 \\ I_1 = m \cdot I_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \end{cases}$$

entraînent les relations suivantes entre les puissances:

$$\checkmark \text{ puissances instantanées: } p_1 = u_1 \cdot i_1 = -\left(\frac{u_2}{m}\right)(-m \cdot i_2) = u_2 \cdot i_2 = p_2$$

$$\checkmark \text{ puissances actives: } P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = \frac{U_2}{m} \cdot m I_2 \cdot \cos \varphi_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = P_2$$

$$\checkmark \text{ puissances réactives: } Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = \frac{U_2}{m} \cdot m I_2 \cdot \sin \varphi_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 = Q_2$$

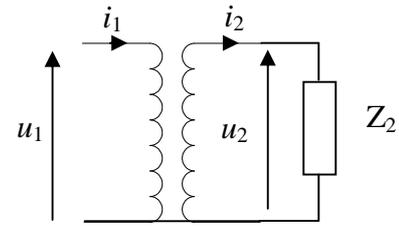
$$\checkmark \text{ puissances apparentes: } S_1 = U_1 \cdot I_1 = \frac{U_2}{m} \cdot m I_2 = U_2 \cdot I_2 = S_2$$

$$\checkmark \text{ rendement du transformateur: } \eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_2}{P_1} = 1$$

2.6. Modèle équivalent

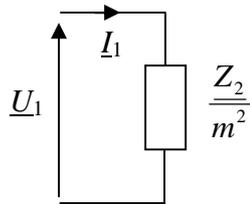
2.6.1. « Vu » du primaire

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = -m \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 = -m \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 \end{cases} \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{-m \underline{U}_1}{-\frac{\underline{I}_1}{m}} = m^2 \cdot \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = m^2 \cdot \underline{Z}_1$$



Pour la source de tension u_1 , le transformateur et sa charge sont équivalents à l'impédance

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{m^2}$$



2.6.2. Vu du secondaire

Le transformateur parfait vu du secondaire se comporte comme une source de tension idéale de f.é.m. u_2 égale à $-m \cdot u_1$

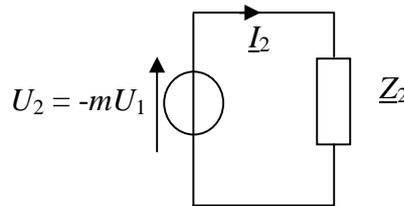


Schéma équivalent vu du secondaire

IV. LE TRANSFORMATEUR REEL

1. Plaque signalétique

Le rapport de transformation se mesure à vide ($I_2 = 0$) $m = \frac{U_{2v}}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Selon la norme NFC 15100 elle indique:

- ✓ la valeur de la puissance apparente: $S_N = S_1 = S_2$
- ✓ la tension d'alimentation du primaire U_1
- ✓ la tension d'utilisation à vide du secondaire: U_{2v}
- ✓ la fréquence d'utilisation (en France $f = 50$ Hz)

Ces indications permettent le calcul théorique:

- ✓ du rapport de transformation défini par $m = \frac{U_{2v}}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$
- ✓ des intensités efficaces des courants nominaux: $I_{1N} = \frac{S_N}{U_1}$ et $I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2v}}$

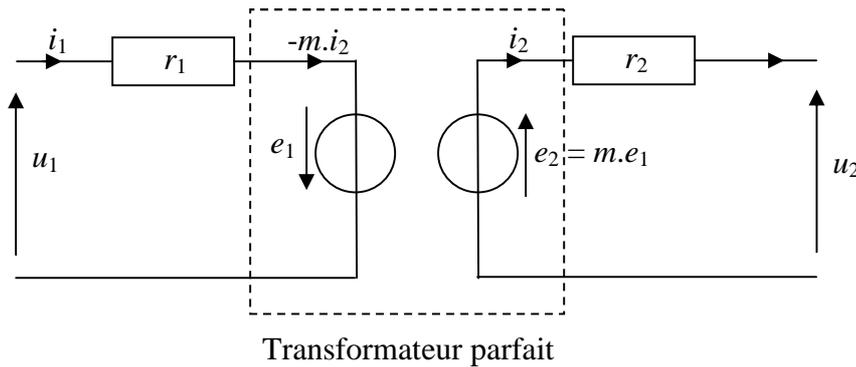
2. Analyse des pertes du transformateur

2.1. Pertes par effet Joule

Les enroulements primaire et secondaire présentent des résistances que nous noterons r_1 et r_2 . Le transformateur sera le siège de pertes par effet Joule (encore appelées pertes dans le cuivre).

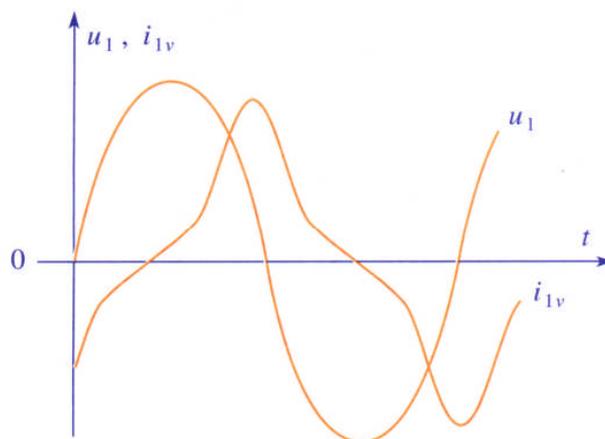
$$P_{cu} = r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2$$

Remarques: On complète le schéma équivalent établi pour le transformateur parfait en y incorporant les résistances des enroulements.



2.2. Pertes magnétiques

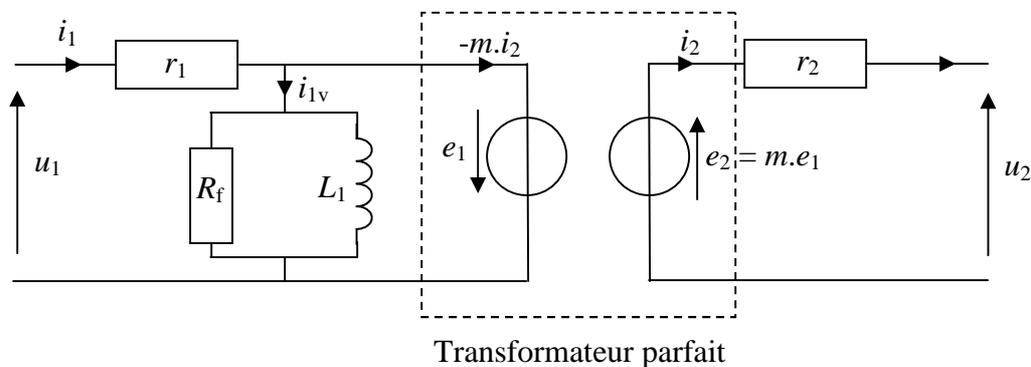
Le circuit magnétique n'est pas parfait, il présente le phénomène de saturation et d'hystérésis. Il est donc le siège de pertes par hystérésis (l'aimantation absorbe de l'énergie. Au cours de la désaimantation, le matériau ne restitue pas toute l'énergie reçue pendant l'aimantation. Une partie de l'énergie électrique fournie est dissipée en chaleur dans le circuit magnétique) et de pertes par courant de Foucault (le flux alternatif ϕ crée des courants induits, appelés courants de Foucault qui entraînent l'échauffement du circuit magnétique). Ces pertes sont minimisées grâce au feuilletage du circuit magnétique dont la somme constitue les pertes dans le fer.



Les phénomènes de saturation et d'hystérésis entraînent un fonctionnement non linéaire du transformateur qui se traduit par un courant primaire à vide d'intensité non sinusoïdale bien que la tension primaire soit sinusoïdale.

2.3. Schématisation des pertes magnétiques

Le graphique précédent indique que le courant i_{1v} est en retard sur la tension u_1 . Le primaire consomme de la puissance réactive comme une inductance pure L_1 et de la puissance active que l'on schématise par une résistance R_f en parallèle à L_1 .



Remarque: $I_{1v} \ll I_N$

2.4. Les fuites magnétiques

Les lignes de champ ne sont pas totalement canalisées par le circuit magnétique. Les flux de fuites φ_{f1} et φ_{f2} des deux enroulements sont proportionnels aux courants i_1 et i_2 qui le traversent.

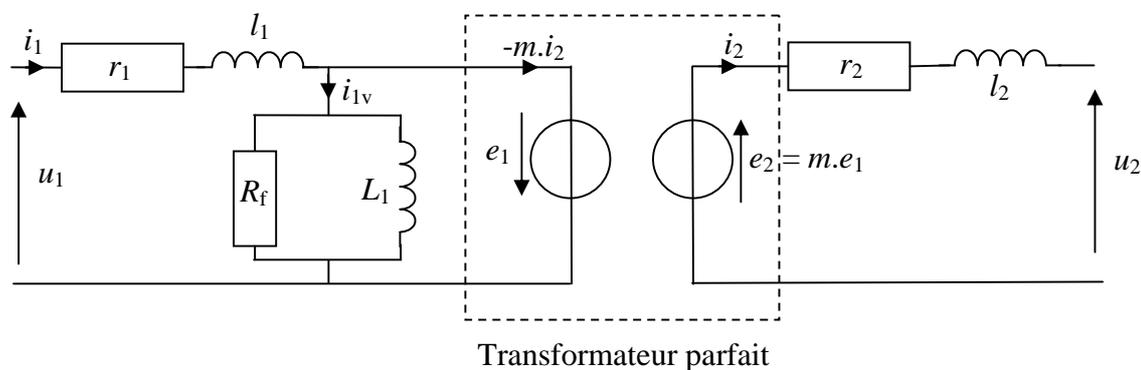
Les constantes de proportionnalités sont appelés inductances de fuites l_1 et l_2 :

$$\varphi_{f1} = l_1 \cdot I_1 \quad \text{et} \quad \varphi_{f2} = l_2 \cdot I_2$$

3. Modèle équivalent du transformateur réel

3.1. Linéarisation du circuit magnétique.

Si on utilise un matériau de cycle d'hystérésis très étroit et que l'on évite la saturation en limitant l'amplitude de la tension u_1 , on peut admettre que le circuit magnétique est encore linéaire. On représente alors le transformateur réel par un modèle équivalent linéaire, dans lequel R_f , L_1 , l_1 et l_2 sont des constantes indépendantes des courants i_1 et i_2 .



3.2. Chute de tension secondaire en charge

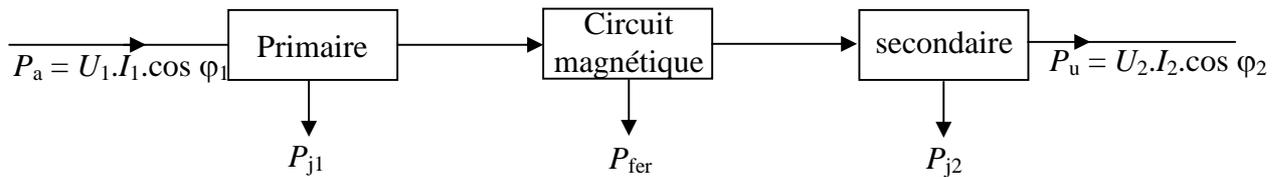
A cause des résistances des enroulements et des fuites magnétiques, la tension secondaire en charge u_2 est différente de la tension à vide u_{2v} . On appelle chute de tension secondaire en charge, la différence entre les valeurs efficaces de ces tensions:

$$\Delta U_2 = U_{2v} - U_2$$

4. Bilan des puissances

4.1. Rendement du transformateur.

A la puissance utile $P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$ fournie à la charge, il faut ajouter les pertes dans le cuivre $P_{Cu} = P_{j1} + P_{j2} = r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2$ et les pertes dans le fer P_{fer} pour obtenir la puissance absorbée par le primaire.

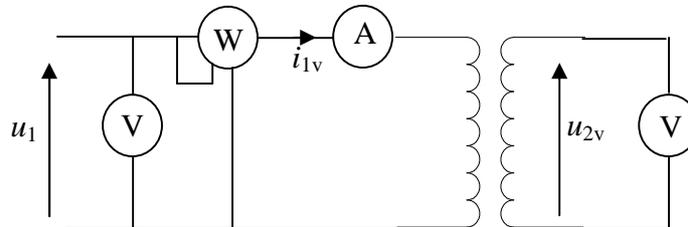


$$P_a = P_u + P_{j1} + P_{j2} + P_{fer} = P_u + P_{Cu} + P_{fer}$$

Le rendement : $\eta = \frac{P_u}{P_a} < 1$ mais en est proche.

4.2. Détermination des pertes fer

On effectue l'essai à vide sous tension nominale au primaire.



Il s'agit d'un montage longue dérivation (amont). i_{1v} n'étant pas sinusoïdal, il convient d'utiliser un ampèremètre ferromagnétique (ou numérique RMS) pour mesurer sa valeur efficace.

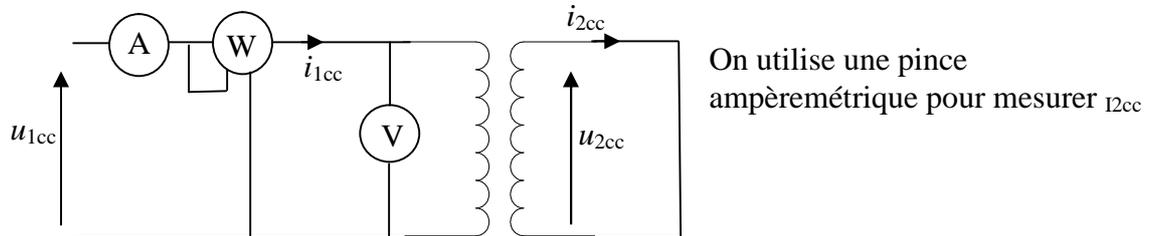
Le secondaire étant ouvert, $I_2 = 0$ A d'où $P_{j2} = 0$ W. De même $P_u = 0$ W.

$$P_{1v} = P_u + P_{j1} + P_{j2} + P_{fer} = P_{j1} + P_{fer} \text{ or } P_{j1} \ll P_{fer} \text{ on en déduit } P_{1v} \approx P_{fer}$$

Remarque : les pertes fer dépendent essentiellement du champ magnétique, donc de la tension U_1 et de la fréquence f . Comme ces deux grandeurs restent les mêmes à vide ou en charge, les pertes fer mesurées à vide sont les mêmes que celle en charge.

4.3. Détermination des pertes Joule

On effectue un essai en court-circuit, sous tension réduite $\left(U_{1cc} < \frac{U_{1N}}{10} \right)$ et à courant secondaire nominal.



Augmentons la valeur de U_1 jusqu'à obtenir $I_{2cc} = I_{2N}$. On mesure alors $U_1 = U_{1cc}$ et I_{1cc} .

$$P_a = P_{1cc} = P_{j1cc} + P_{j2cc} + P_{fer} + P_u \text{ or } U_2 = 0 \text{ V donc } P_{2cc} = P_u = 0 \text{ W}$$

Les pertes dans le fer dans cet essai sont négligeables puisqu'elles dépendent de U_1^2 , très réduite par rapport à sa valeur nominale. $P_{fer} \approx 0 \text{ W}$

$$P_{1cc} = P_{j1cc} + P_{j2cc} = P_{Cu}$$

5. Modèle équivalent du transformateur réel

5.1. transformateur en fonctionnement au voisinage du régime nominal

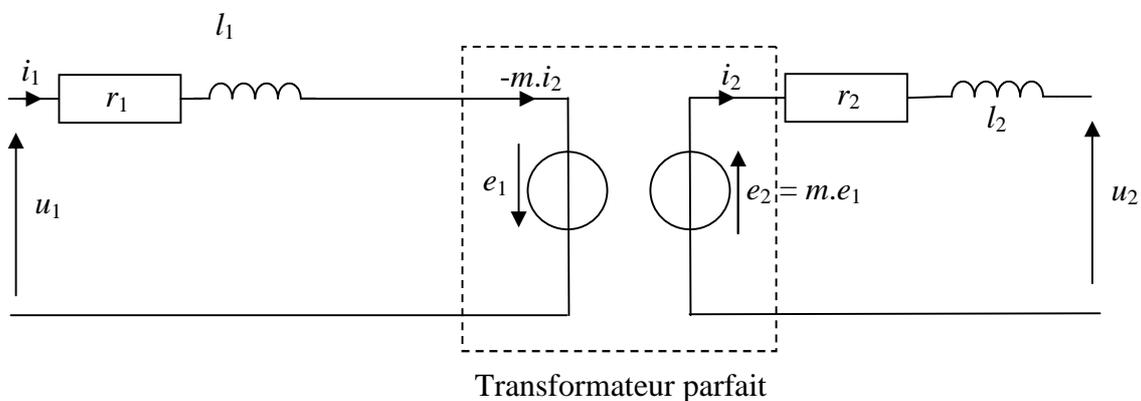
A vide et en charge, le flux se conserve : $N_1 \cdot i_{1v} (\text{à vide}) = N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2$

$$\Rightarrow i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_{1v} \text{ soit } i_1 = i_{1v} - \frac{N_2}{N_1} i_2 \text{ or } m = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow i_1 = i_{1v} - m \cdot i_2 \Rightarrow \underline{I_1} = \underline{I_{1v}} - m \underline{I_2}$$

hypothèse de Kapp : $i_{1v} \ll i_1$ et i_2 au voisinage du régime nominal. On suppose le circuit magnétique parfait $N_1 \cdot i_1 = 0 = N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2$

$$\Rightarrow \underline{I_1} = -m \underline{I_2} \text{ d'où } I_1 = m \cdot I_2$$

En charge, le transformateur réel se comporte, pour les courants, comme un transformateur parfait.



5.2. M.E.T. pour la charge

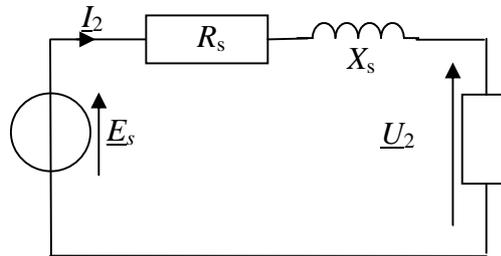
Pour la charge, le transformateur peut être assimilé à un modèle équivalent de Thévenin de f.é.m. E_s et d'impédance Z_s qui lui fournirait le même courant I_2 , sous la même tension U_2 . On obtient ainsi :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_s - \underline{Z}_s \cdot \underline{I}_2$$

$$\underline{Z}_s = R_s + jX_s$$

$$\underline{U}_2 = -m\underline{U}_1 - \underline{R}_s \cdot \underline{I}_2 - j \cdot \underline{X}_s \cdot \underline{I}_2$$

$$\text{avec } X_s = l_s \cdot \omega$$



5.3. Détermination expérimentale de R_s et X_s

D'après l'essai en court-circuit : $P_{Cu} = P_u = P_{1cc} = r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2$

Or $I_1 = m \cdot I_2$ d'où $P_{Cu} = P_u = P_{1cc} = m \cdot r_1 \cdot I_2^2 + r_2 \cdot I_2^2 = I_2^2 (m \cdot r_1 + r_2) = R_s \cdot I_2^2$

avec $R_s = m \cdot r_1 + r_2$

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_2^2}$$

D'après l'essai en charge :

$$\underline{E}_s = \underline{U}_2 + \underline{Z}_s \cdot \underline{I}_2 = -m \cdot \underline{U}_1$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_s \cdot \underline{I}_{2N} = -m \cdot \underline{U}_{1cc}$$

En court-circuit : $\underline{U}_2 = 0$

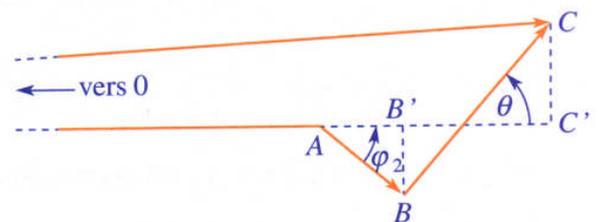
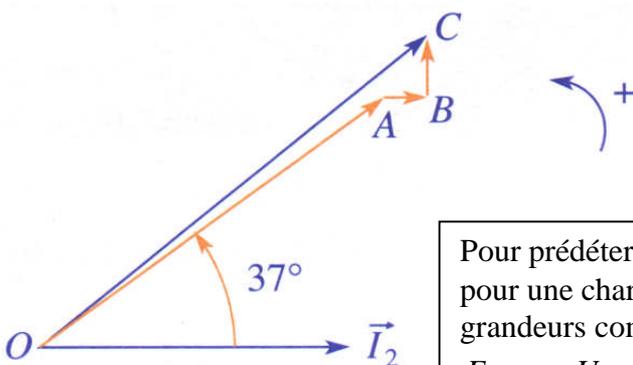
$$\underline{Z}_s = -\frac{m \cdot \underline{U}_{1cc}}{\underline{I}_{2N}}$$

$$Z_s = \frac{m \cdot U_{1cc}}{I_{2N}}$$

Or $\underline{Z}_s = R_s + jX_s \Rightarrow Z_s^2 = R_s^2 + X_s^2$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

5.4. Détermination de la tension U_2 en charge



Pour prédéterminer quelle sera la valeur efficace U_2 de la tension secondaire pour une charge donnée (I_2 et φ_2 sont connus), nous utilisons soit les grandeurs complexes, soit le diagramme de Kapp (vecteurs de Fresnel)

$$\underline{E}_s = -m \cdot \underline{U}_1 = R_s \cdot \underline{I}_2 + jX_s \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_2 \Rightarrow -m \underline{U}_1 = R_s \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_x + \underline{U}_2$$

On en déduit la valeur approchée de la chute de tension au secondaire en charge : $\Delta U_2 = U_{2v} - U_2 = R_s \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_s \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2$